

PROBLEM:

I bir indis cümlesini göstermek ve $i \in I$ olmak üzere keyfi seçilmiş birebir-örten bir $f : X \rightarrow Y$ fonksiyonu için

$$f\left(\bigcup_{i \in I} A_i\right) = \bigcup_{i \in I} f(A_i) \quad \text{ifadesini ispatlayınız.}$$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} y \in f\left(\bigcup_{i \in I} A_i\right) &\Leftrightarrow y = f(x) \text{ olacak biçimde } \exists x \in \bigcup_{i \in I} A_i \\ &\Leftrightarrow (x \in A_i) \wedge (y = f(x)) \text{ olacak biçimde } \exists i \in I \\ &\Leftrightarrow y \in f(A_i) \Leftrightarrow y \in \bigcup_{i \in I} f(A_i) \text{ olacak biçimde } \exists i \in I \end{aligned}$$