

PROBLEM:

$Z = \left\{ \bigcup_{i=1}^n [a_i, b_i) : [a_i, b_i) \subset [0, 1) \right\}$, $\emptyset \in Z$ olsun. Tanımlanan bu topluluğun bir cümle cebri olduğunu, ancak bir \mathcal{S} -cebri olamayacağını gösteriniz.

ÇÖZÜM:

$A = \bigcup_{i=1}^n [a_i, b_i)$ ve $B = \bigcup_{j=1}^m [c_j, d_j)$ olsun. Bu durumda,

a. $A \cup B \in Z$;

b. $A \cap B = \bigcup_{i=1}^n \bigcup_{j=1}^m [a_i, b_i) \cap [c_j, d_j) \in Z$; ve

c. $[0, 1) \setminus A = \bigcap_{i=1}^n ([0, 1) \setminus [a_i, b_i)) \in Z$ çünkü her $[0, 1) \setminus [a_i, b_i)$ cümlesi $[a, b)$ biçimindeki cümlelerin sonlu birleşimi olarak yazılabilir.

Z 'nin bir \mathcal{S} -cebri olamayacağını söylemek için ise $\bigcap_{n=1}^{\infty} [0, \frac{1}{n}) = \{0\} \notin Z$ ifadesi yeterli olacaktır.