

Table des matières

1	LES NOMBRES COMPLEXES	5
1.1	INTRODUCTION.	5
1.2	APPROCHE ALGÈBRE.	8
1.3	VALEUR ABSOLUE, DISTANCE.	10
1.4	FORME POLAIRE, THÉORÈME DE MOIVRE.	13
1.5	UN PEU DE GÉOMÉTRIE.	17
1.6	FONCTIONS COMPLEXES, CONTINUITÉ.	20
1.7	UN PEU DE TOPOLOGIE.	25
1.8	LE PLAN COMPLEXE ÉTENDU.	28
1.9	APPENDICE	31
1.10	EXERCICES	32
2	LA DÉRIVÉE	41
2.1	LIMITES.	41
2.2	LA DÉRIVÉE D'UNE FONCTION COMPLEXE.	44
2.3	ARCS DANS LE PLAN COMPLEXE.	50
2.4	FONCTIONS POLYGÈNES.	56
2.5	RELATIONS ENTRE LES DEUX DÉFINITIONS DE LA DÉRIVÉE.	61
2.6	EXERCICES	65
3	LES FONCTIONS ÉLÉMENTAIRES	69
3.1	POLYNÔMES ET FONCTIONS RATIONNELLES.	69
3.2	LES N-ÈME RACINES D'UN NOMBRE COMPLEXE.	74
3.3	LA FONCTION EXPONENTIELLE.	81
3.4	LOGARITHMES.	86
3.5	LA FONCTION EXPONENTIELLE GÉNÉRALE.	89
3.6	EXERCICES	92
4	L'INTÉGRALE	97
4.1	PRÉSENTATION GÉNÉRALE	97
4.2	L'INTÉGRALE DE RIEMANN-STIELTJES.	107
4.3	L'INTÉGRALE: FONCTIONS À VARIATION BORNÉE.	110

4.4	ARCS ORIENTÉS, COURBES SIMPLES ET CONTOURS.	115
4.5	L'INTÉGRALE COMPLEXE.	119
4.6	PROPRIÉTÉS DE L'INTÉGRALE COMPLEXE.	122
4.7	DEUX THÉORÈMES AUXILIAIRES.	123
4.8	EXERCICES	127
5	LE THÉORÈME DE CAUCHY	131
5.1	UNE PREMIÈRE DÉMONSTRATION DU THÉORÈME DE CAUCHY.	131
5.2	LE THÉORÈME DE CAUCHY POUR UNE FONCTION POLYGÈNE.	137
5.3	RELATIONS AVEC LA PHYSIQUE.	142
5.4	SUR LA CONNEXITÉ DES RÉGIONS.	152
5.5	ENCORE DE LA GÉOMÉTRIE.	155
5.6	EXERCICES	164
6	APPLICATIONS DU THÉORÈME DE CAUCHY	169
6.1	LA FORMULE DE CAUCHY	169
6.2	LE RÉSIDU.	174
6.3	LE THÉORÈME DE LIOUVILLE.	179
6.4	LE THÉORÈME PRINCIPAL SUR LES RÉSIDUS.	182
6.5	LE THÉORÈME DE ROUCHÉ.	186
6.6	LA FORMULE DE POISSON.	188
6.7	VALEUR MOYENNE, PRINCIPE DU MAXIMUM.	195
6.8	EXERCICES	202
7	ÉVALUATION DES INTÉGRALES PAR LA THÉORIE DES RÉSIDUS	207
7.1	QUELQUES LEMMES.	207
7.2	QUELQUES EXEMPLES.	210
7.3	INTÉGRATION AUTOUR D'UN POINT DE RAMIFICATION.	218
7.4	LA VALEUR PRINCIPALE D'UNE INTÉGRALE.	225
7.5	CERTAINES FONCTIONS SPÉCIALES.	228
7.6	EXERCICES	234
8	SÉRIES INFINIES	239
8.1	INTRODUCTION.	239
8.2	TESTS DE CONVERGENCE.	241
8.3	SÉRIES DE FONCTIONS.	244
8.4	LA SÉRIE DE TAYLOR.	249
8.5	LA SÉRIE DE LAURENT.	256
8.6	LES DIFFÉRENTS TYPES DE SINGULARITÉS.	263
8.7	LES ZÉROS D'UNE FONCTION ANALYTIQUE.	267
8.8	EXERCICES	274

9	LES TRANSFORMATIONS CONFORMES	283
9.1	INTRODUCTION.	283
9.2	LES TRANSFORMATIONS DE MÖBIUS.	288
9.3	LE THÉORÈME DE RIEMANN.	293
9.4	LA TRANSFORMATION DE SCHWARZ-CHRISTOFFEL	300
9.5	TRANSFORMATIONS PARTICULIÈRES	309
9.6	EXERCICES	314
10	APPLICATIONS DIVERS	317
10.1	SOMMES DE SÉRIES INFINIES.	317
10.2	PRODUITS INFINIS.	330
10.3	ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES LINÉAIRES.	339
10.4	EXERCICES	352
11	RÉPONSES À CERTAINS EXERCICES	357
11.1	Problèmes du Chapitre I	357
11.2	Problèmes du Chapitre II	367
11.3	Problèmes du Chapitre III	372
11.4	Problèmes du Chapitre IV	376
11.5	Problèmes du Chapitre V	379
11.6	Problèmes du Chapitre VI	382
11.7	Problèmes du Chapitre VII	386
11.8	Problèmes du Chapitre VIII	394